

# MATEMAATIKA AINEVALDKOND GÜMNAASIUMIOSAS

## Kadrina Keskkool

Alus: Vabariigi Valitsuse 6. jaanuari 2011. a  
määrus nr 1 „Põhikooli riiklik õppekava”  
Lisa 3 (muudetud sõnastuses)

## Matemaatikapädevus

Matemaatikapädevus tähendab matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemset tundmist, samuti suutlikkust kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevate ülesannete modelleerimisel nii matemaatika sees kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades.

Matemaatikapädevus hõlmab üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab endas oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida. Matemaatikapädevus tähendab loogilise arutlemise, põhjendamise ja tõestamise oskust, samuti erinevate esitusviiside (sümbolid, valemid, graafikud, tabelid, diagrammid) mõistmise ja kasutamise oskust. Matemaatikapädevus hõlmab ka huvi matemaatika vastu, matemaatika sotsiaalse, kultuurilise ja personaalse tähenduse mõistmist ning info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (edaspidi *IKT*) võimaluste kasutamist.

## Üldpädevuste kujundamine ainevaldkonnas

Matemaatika õppimise kaudu arenevad matemaatikapädevuse kõrval kõik ülejäänud üldpädevused.

**Kultuuri – ja väärtuspädevus.** Matemaatika on erinevaid kultuure ühendav teadus, kus õpilased saavad tutvuda eri maade ja ajastute matemaatikute töödega. Õpilasi suunatakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning õpitavate geomeetriliste kujundite ilu ja seost arhitektuuri ning loodusega (nt sümmeetria, kuldlõige). Matemaatika õppimine eeldab järjepidevust, selle kaudu arenevad isiksuse omadustest eelkõige püsivus, sihikindlus ja täpsus. Kasvatatakse sallivalt suhtuma erinevate matemaatiliste võimetega õpilastesse.

**Sotsiaalne ja kodanikupädevus.** Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellesisuliste tekstülesannete lahendamise kaudu. Rühmatöös on võimalik arendada koostööoskust.

**Enesemääratluspädevus.** Matemaatikat õppides on tähtsal kohal õpilaste iseseisev töö. Iseseisva ülesannete lahendamise kaudu võimaldatakse õpilasel hinnata ja arendada oma matemaatilisi võimeid.

**Õpipädevus.** Matemaatikat õppides on väga oluline tunnetada materjali sügavuti ning saada kõigest aru. Probleemülesandeid lahendades arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskust. Väga oluline on üldistamise ja analoogia kasutamise oskus: oskus kanda õpitud teadmisi üle sobivatesse kontekstidesse. Õpilases kujundatakse arusaam, et keerukaid ülesandeid on võimalik lahendada üksnes tema enda iseseisva mõtlemise teel.

**Suhtluspädevus.** Matemaatikas arendatakse suutlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt. Eelkõige toimub see hüpoteese ja teoreeme sõnastades ning ülesande lahendust vormistades. Tekstülesannete lahendamise kaudu areneb oskus teksti mõista: eristada olulist ebaolulisest ja otsida välja etteantud suuruse leidmiseks vajalikku infot. Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek erinevatel viisidel (tekst, graafik, tabel, diagramm, valem) esitatud info mõistmiseks, seostamiseks ja edastamiseks. Arendatakse suutlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

**Matemaatika-, loodusteaduste ja tehnoloogiaalane pädevus.** Suutlikkus kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus; suutlikkus kirjeldada ümbritsevat maailma loodusteaduslike mudelite ja mõõtmisvahendite abil ning teha tõenduspõhiseid otsuseid; mõista loodusteaduste ja tehnoloogia olulisust ja piiranguid; kasutada uusi tehnoloogiaid eesmärgipäraselt.

**Ettevõtlikkuspädevus.** Selle pädevuse arendamine peaks matemaatikas olema kesksel kohal. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, mille alusel sõnastatakse hüpotees ning otsitakse ideid hüpoteesi kehtivuse põhjendamiseks. Sellise tegevuse käigus arenevad oskus näha ja sõnastada probleeme, genereerida ideid ning kontrollida nende headust. Tõenäosusteooria, funktsioonide ja protsentarvutusega ülesannete lahendamise kaudu õpitakse uurima objekti erinevate parameetrite põhjustatud muutusi, hindama oma riske ja toimima arukalt. Ühele ülesandele erinevate lahenduste leidmine arendab paindlikku mõtlemist ning ideede genereerimise oskust. Ettevõtlikkuspädevust arendatakse mitmete eluliste andmetega ülesannete lahendamise kaudu.

**Digipädevus.** Suutlikkus kasutada uuenevat digitehnoloogiat toimetulekuks kiiresti muutuvast ühiskonnas nii õppimisel, kodanikuna tegutsedes kui ka kogukonnades suheldes; leida ja säilitada digivahendite abil infot ning hinnata selle asjakohasust ja usaldusväärsust; osaleda digitaalses sisuloomes, sh tekstide, piltide, multimeediumide loomisel ja kasutamisel; kasutada probleemilahenduseks sobivaid digivahendeid ja võtteid, suhelda ja teha koostööd erinevates digikeskkondades; olla teadlik digikeskkonna ohtudest ning osata kaitsta oma privaatsust, isikuandmeid ja digitaalset identiteeti; järgida digikeskkonnas samu moraali- ja väärtuspõhimõtteid nagu igapäevaelus.

### **Gümnaasiumi lõpetaja:**

- 1) väärtustab matemaatikat, suudab hinnata ja arvestada oma matemaatilisi võimeid karjääri planeerides;
- 2) on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
- 3) mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste, esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 4) arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
- 5) püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
- 6) mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;

- 7) rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab igapäevaelu probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid igapäevaelu kontekstis;
- 8) tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst), oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;
- 9) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ja hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet.

## **Ainevaldkonna kirjeldus**

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsituslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Erinevalt laiast matemaatikast ei ole kitsa matemaatika õppe põhiülesanne mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine, vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks. Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annab õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid.

Laia matemaatika kava ei rahulda matemaatika süvaõppe vajadusi. Matemaatikast enam huvitavatel õpilastel on võimalik kasutada valikainete õpiaega, üleriigilisi süvaõppevorme ja individuaalõpet.

Ainekavas esitatud valikkursusi võib lisada nii kitsale kui ka laiale matemaatikale. Kitsale matemaatikale võib valikkursustena lisada ka laia matemaatika kursusi.

Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilastel on soovi korral võimalik üle minna laiale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilastel kitsale matemaatikale. Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.

Laia matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal on oluline tähtsus ja seda õpetatakse iseseisva ainaena. Kitsa matemaatika läbimine võimaldab jätkata õpinguid aladel, kus matemaatikal ei ole olulist tähtsust ja seda ei õpetata iseseisva ainaena.

## **Lõiming teiste valdkonnapädevuste ja ainevaldkondadega**

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused vertikaalselt (ainesiseselt) loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine horisontaalselt (teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga) vajab igas koolis erinevate ainete õpetajate tihedat koostööd nii kooli õppekava koostamisel kui ka selle realiseerimisel. Kooli õppekava toob esile ainetevahelised ja aineteüleised teemad, mida on vaja lõimida, märgib igas ainekavas nende teemad. Lõimimise viis on aineõpetajatevaheline koostöö. (Erinevate ainete õpetajad teavad sama teema käsituslaadi ja sügavust teistes ainetes ning oskavad erisuste korral sellele tähelepanu juhtida.)

Ühelt poolt kujuneb õpilastel teistes ainevaldkondades rakendatavate matemaatiliste meetodite kasutamise kaudu arusaamine matemaatikast kui oma universaalse keele ja

meetoditega teisi ainevaldkondi toetavast ja lõimivast baasteadusest. Teiselt poolt annab teistest ainevaldkondadest ja reaalsusest tulenevate ülesannete kasutamine matemaatikakursuses õpilastele ettekujutuse matemaatika rakendusvõimalustest ning tihedast seotusest õpilasi ümbritseva maailmaga.

Lõimimist teiste ainetega saab kasutada õpilaste loovtöodes, uurimistöodes, kollektiivsete ettekannete koostamises õpilaste teaduskonverentsiks, projektõppes vms.

## **Gümnaasiumi lai matemaatika (14 +1 kursust)**

### **Üldalused**

### **Õppe- ja kasvatuseesmärgid**

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- 2) valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
- 4) püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
- 5) modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatilisel ja hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
- 6) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 7) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
- 8) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

### **Õppeaine kirjeldus**

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamise igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades arvutit ning vastavat tarkvara. Olulisel kohal on tõestamine ja põhjendamine.

### **Gümnaasiumi õpitulemused**

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
- 2) arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
- 3) hindab oma matemaatilisi teadmisi, mõistab reaalhariduse olulisust ühiskonnas ning arvestab seda, kavandades oma edasist tegevust;
- 4) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 5) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;

- 6) kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid;
- 7) teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
- 8) teisendab trigonomeetrilisi avaldise ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
- 9) koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
- 10) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 11) uurib funktsioone tuletise põhjal;
- 12) tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalasiid ja ruumalasiid (ka integraali abil).

## **Gümnaasiumi laia matemaatika kursused**

**Lai 1. kursus. Arvuhulgad ja avaldised** (35 tundi)

### **Õppesisu**

Naturaalarvude hulk **N**, täisarvude hulk **Z**, ratsionaalarvude hulk **Q**, irratsionaalarvude hulk **I** ja reaalarvude hulk **R**, nende omadused

Reaalarvude piirkonnad arvteljel

Arvu absoluutväärtus

Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel)

Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised

Arvu  $n$ -es juur

Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste

Tehted astmete ja juurtega

### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab naturaalarvude hulga **N**, täisarvude hulga **Z**, ratsionaalarvude hulga **Q**, irratsionaalarvude hulga **I** ja reaalarvude hulga **R** omadusi;
- 2) defineerib arvu absoluutväärtuse;
- 3) märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
- 4) teisendab naturaalarve kahendsüsteemi;
- 5) esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
- 6) sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
- 7) teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldisi;
- 8) lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

**Lõiming:** arvu 10 astmed ja arvu standardkuju kasutatakse keemias ja füüsikas.

**IKT:**

- 1) ratsionaalavaldiste lihtsustamise harjutamiseks on soovitatav kasutada programmi T-algebra;
- 2) ratsionaalavaldiste lihtsustamisel kontrollib õpilane oma töö õigsust ülesande komponentide (tehete) kaupa (sobib nt programm Wiris).

**Lai 2. kursus. Võrrandid ja võrrandisüsteemid (35 tundi)****Õppesisu**

Võrdus, võrrand, samasus

Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused

Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid ning nendeks taanduvad võrrandid

Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand

Võrrandisüsteemid, kus vähemalt üks võrranditest on lineaarvõrrand

Kahe- ja kolmerealine determinant

Tekstülesanded

**Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- 4) lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
- 5) lahendab võrrandisüsteeme;
- 6) lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil;
- 7) kasutab arvutialgebra programmi determinante arvutades ning võrrandeid ja võrrandisüsteeme lahendades.

**Lõiming:** Tekstülesanded füüsikast ja loodusteadustest.

**Ettevõtlikkus - ja õpipädevus:**

probleemi lahendamine,  
mudeli koostamine.

**IKT:**

- 1) võrrandisüsteemi lahendi geomeetiline interpretatsioon nt programmiga Geogebra (nt mida tähendab, et võrrandisüsteemil on lõpmata palju lahendeid või lahend puudub);
- 2) determinantide arvutamine mõne arvutialgebra programmi (nt Wiris) abil;
- 3) tekstülesannete lahendamisel võrrandi (süsteemi) lahendamisel võib kasutada arvutiprogrammi;

4) võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendite kontrollimine.

### **Lai 3. kursus. Võrratused. Trigonomeetria I (35 tundi)**

#### **Õppesisu**

Võrratuse mõiste ja omadused

Lineaarvõrratused

Ruutvõrratused

Intervallmeetod

Lihtsamad murdvõrratused

Võrratusesüsteemid

Teravnurga siinus, koosinus ja tangens

Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
- 2) selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
- 3) lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratusi ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
- 4) kasutab arvutit, lahendades võrratusi ja võrratusesüsteeme;
- 5) leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) lahendab täisnurkse kolmnurga;
- 7) kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
- 8) kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

**Lõiming loodusainetega:** tekstülesannetes pöörata tähelepanu, et päikesekiire langemisnurka käsitletakse füüsikas ja ülejäänud loodusteadustes erinevalt. Geograafias mõeldakse selle all maapinna ja päikesekiire vahelist nurka, füüsikas aga viimase täiendusnurka.

**IKT:** võrratuste ja võrratusesüsteemide lahendite kontrollimine ja geomeetiline tähendus (nt Geogebra, Wiris).

### **Lai 4. Kursus. Trigonomeetria II (35 tundi)**

#### **Õppesisu**

Nurga mõiste üldistamine

Nurga kraadi- ja radiaanmõõt

Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid

Nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused

Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel

Taandamisvalemid

Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid

Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid

Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid

Trigonomeetrilised avaldised

Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala

Kolmnurga pindala valemid

Siinus- ja koosinusteoreem

Kolmnurga lahendamine

Rakendusülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
- 2) arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
- 3) defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; tuletab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
- 4) tuletab ja teab mõningate nurkade ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ ) siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
- 5) leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
- 6) teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
- 7) teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- 8) tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
- 9) lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
- 10) rakendab trigonomeetriat, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid.

**Lõiming geograafiaga:** käsitleda kraadi, minutit, sekundit.

**Ettevõtlikkus- ja õpipädevus:** lihtsustamisülesannete lahendamisel tuleb mõelda mitu sammu ette ja kasutada samaaegselt nii algebra kui ka trigonomeetria valemeid.

**IKT:** kolmnurkade lahendamisel kolmnurkade joonestamine (nt Geobebraga).

**Lai 5. kursus. Vektor tasandil. Joone võrrand** (35 tundi)

**Õppesisu**



Kahe punkti vaheline kaugus  
Vektori mõiste ja tähistamine  
Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor  
Vektorite võrdsus  
Vektori koordinaadid  
Vektori pikkus  
Vektorite liitmine ja lahutamine  
Vektori korrutamine arvuga  
Lõigu keskpunkti koordinaadid  
Kahe vektori vaheline nurk  
Vektorite kollineaarsus  
Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis  
Kolmnurkade lahendamine vektorite abil  
Sirge võrrand  
Sirge üldvõrrand  
Kahe sirge vastastikused asendid tasandil  
Nurk kahe sirge vahel  
Ringjoone võrrand  
Parabool  $y = ax^2 + bx + c$  ja hüperbool  $y = \frac{a}{x}$   
Joone võrrandi mõiste  
Kahe joone lõikepunkt

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab mõisteid vektor, ühik-, null- ja vastandvektor, vektori koordinaadid, kahe vektori vaheline nurk;
- 2) liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriliselt kui ka koordinaatkujul;
- 3) arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
- 4) kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- 5) lahendab kolmnurka vektorite abil;
- 6) leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
- 7) tuletab ja koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
- 8) koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

**Lõiming füüsikaga:** vektori ühtlustatud käsitlemine füüsikas ja matemaatikas.

**IKT:** mõne arvutiprogrammi (nt Geogebra, Wiris) abil

- 1) joonte lõikepunktide arvu leidmine;
- 2) joonte lõikepunktide leidmine,
- 3) kahe sirge vahelise nurga suuruse kontrollimine;
- 4) joonte asendite uurimine koordinaatteljestikus (asendi sõltuvus parameetritest).

## **Lai 6.kursus. Tõenäosusteooria ja statistika (35 tundi)**

### **Õppesisu**

Juhuslik suurus

Juhusliku suuruse jaotusseadus, jaotuspolügoon, jaotusfunktsioon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve)

Üldkogum ja valim

Andmete sihipärane kogumine

Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi

Normaaljaotus

Praktilised andmetöötlusülesanded

Sündmuste liigid

Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus

Klassikaline tõenäosus

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja nende omadused

Üksteist välistavad sündmused, tõenäosuste liitmisvalem

Sõltumatud sündmused, tõenäosuste korrutamisevalem

Tinglik tõenäosus

Geomeetiline tõenäosus

Bernoulli valem

Binoomjaotus

### **Õpitulemused**

Õpilane:

teab ja tunneb

- juhusliku, kindla ja võimatu sündmuse mõisteid;
- sündmuse tõenäosuse ja sageduse mõisteid ja nende vahekorda;
- geomeetrilise tõenäosuse mõistet;
- permutatsioone ja kombinatsioone ning vastavaid valemeid;
- Pascali kolmnurka ja Bernoulli valemit;
- diskreetse juhusliku suuruse jaotust, selle keskväärtust ja standardhälvet;
- normaaljaotust ja selle rolli loodust ning ühiskonda kirjeldavates protsessides;

oskab

- arvutada sündmuse tõenäosust;
- kasutada tõenäosuse liitmis- ja korrutamisevalemeid;
- koostada statistilise rea histogrammi ning kirjeldada statistilist rida, kasutades mõisteid mood, mediaan, keskväärtus ja standardhälve;

- korrastada statistilist rida;
- arvutada statistilise rea keskväärtust ja standardhälvet;
- kasutada Bernoulli valemit;
- kasutada kombinatoorika valemeid lihtsamate ülesannete lahendamisel.
- statistiliste andmete kogumise ja esmase töötlemise võtteid

**Lõiming** ühiskonnaõpetuse ja teiste õppeainetega uurimisülesannete valiku ning ühisprojekti kaudu. Läbiv teema “Teabekeskond”: õpilast juhatakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi (meedia manipulatsioonid, nt riigieksamite statistika meedias jms).

Läbiv teema „Tehnoloogia ja innovatsioon“: õpilast suunatakse kasutama info- ja kommunikatsioonitehnoloogiat (**IKT**) informatsiooni kogumisel ja töötlemisel.

Läbiv teema „Kultuuriline identiteet“: kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

### **IKT:**

- 1) info otsimine;
- 2) andmetöötlus;
- 3) tõenäosusteooria küsimuste selgitamine programmi “Tõenäosusteooria” abil.

## **Lai 7. kursus. Funktsioonid I. Arvjadad (35 tundi)**

### **Õppesisu**

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \frac{a}{x}$  (kordavalt)

Funktsiooni mõiste ja üldtähis

Funktsiooni esitusviisid

Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond

Paaris- ja paaritu funktsioon

Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond

Funktsiooni kasvamine ja kahanemine

Funktsiooni ekstreemum

Astmefunktsioon

Funktsioonide  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{-1}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = |x|$  graafikud ja omadused

Liitfunktsioon

Pöördfunktsioon

Funktsioonide  $y = f(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = a f(x)$  graafikud arvutil

Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid

Aritmeetiline jada, selle omadused

Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem

Geomeetiline jada, selle omadused

Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem

Arvjada piirväärtus

Piirväärtuse arvutamine

Hääbuv geomeetriline jada, selle summa

Arv  $e$  piirväärtusena

Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv  $\pi$

Rakendusülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
- 2) kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
- 3) selgitab pöördfunktsiooni mõistet, leiab lihtsama funktsiooni pöördfunktsiooni ning skitseerib või joonestab vastavad graafikud;
- 4) esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
- 5) leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
- 6) uurib arvutiga ning kirjeldab funktsiooni  $y = f(x)$  graafiku seost funktsioonide  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = a f(x)$  graafikutega;
- 7) selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
- 8) tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese  $n$  liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades;
- 9) selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude  $\pi$  ja  $e$  tähendust;
- 10) lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

## Lai 8. kursus. Funktsioonid II (35 tundi)

### Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine

EkspONENTfunktsioon, selle graafik ja omadused

Arvu logaritm

Korrutise, jagatise ja astme logaritm

Logaritmime ja potentseerimine

Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele

Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused

EkspONENT- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine

Rakendusülesandeid ekspONENT- ja logaritmivõrrandite kohta

EkspONENT- ja logaritmivõrratus

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
- 2) lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
- 3) kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni  $y = e^x$  omadusi;
- 4) selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentsiaali lihtsamaid avaldusi;
- 5) kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
- 6) joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 7) lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning –võrratusi;
- 8) kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

**Lai 9. kursus. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis (35 tundi)**

## Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus

Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused

Mõisted  $\arcsin m$ ,  $\arccos m$ ,  $\arctan m$

Lihtsamad trigonomeetriselised võrrandid

Funktsiooni piirväärtus ja pidevus

Argumendi muut ja funktsiooni muut

Hetkkiirus

Funktsiooni graafiku puutuja tõus

Funktsiooni tuletise mõiste

Funktsiooni tuletise geomeetriselise tähendus

Funktsioonide summa ja vahe tuletis

Kahe funktsiooni korrutise tuletis

Astmefunktsiooni tuletis

Kahe funktsiooni jagatise tuletis

Liitfunktsiooni tuletis

Funktsiooni teine tuletis

Trigonomeetriseliste funktsioonide tuletised

Eksponent- ja logaritmifunktsiooni tuletis

Tuletiste tabel

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni mõistet;
- 2) joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
- 3) leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
- 4) selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
- 5) tuletab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirjad ning rakendab neid;
- 6) leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

#### **Lai 10. kursus. Tuletise rakendused (35 tundi)**

##### **Õppesisu**

Puutuja tõus

Joone puutuja võrrand

Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik

Funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus.

Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul

Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt

Funktsiooni uurimine tuletise abil

Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal

Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid

Ekstreemumülesanded

##### **Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
- 2) selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- 3) leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
- 4) uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
- 5) leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
- 6) lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid (sh majandussisuga).

#### **Lai 11.kursus. Integraal. Planimeetria kordamine (35 tundi)**

##### **Õppesisu**

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste

Integraali omadused

Muutuja vahetus integreerimisel

Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena

Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem

Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, hulktahuka pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus

Kolmnurga sise- ja ümberringjoon

Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus

Kolmnurga kesklõik, selle omadus

Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas

Hulknurk, selle liigid

Kumera hulknurga sisenurkade summa

Hulknurkade sarnasus

Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe ja pindalade suhe

Hulknurga sise- ja ümberringjoon

Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused

Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused

Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem

Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk

Kolmnurga pindala

Rakenduslikud geomeetriaülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli, integraali omaduste ja muutuja vahetuse (argumendiks on lineaarfunktsioon) järgi;
- 2) selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
- 3) arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
- 4) selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- 5) selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist;
- 6) lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- 7) kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

**IKT:**

- 1) integraali käsitlemisel on demonstratsiooniks sobiv Jane Albre dünaamiliste slaidide kompleks vms.

- 2) Pindalade arvutamisel integraali abil võib tehnilise töö teha arvutialgebra programmi abil (õpilane koostab integraali avaldise)

## Lai 12.kursus. Geomeetria I (analüütiline käsitlus) (35 tundi)

### Õppesisu

Stereomeetria asendilauseid:

- nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel
- sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus
- kolme ristsirge teoreem
- hulknurga projektsiooni pindala

Ristkoordinaadid ruumis

Punkti koordinaadid ruumis

Punkti kohavektor

Vektori koordinaadid ruumis

Vektori pikkus

Lineaartehted vektoritega

Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus

Vektori avaldamine kolme mis tahes mittekompilanaarse vektori kaudu

Kahe vektori skalaarkorrutis

Kahe vektori vaheline nurk

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand

Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine

Sirge ja tasandi lõikepunkt

Võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine

Rakendusülesanded

### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) kirjeldab punkti koordinaate ruumis;
- 2) selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
- 3) tuletab sirge ja tasandi võrrandid ning kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
- 4) arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ja kahe vektori vahelise nurga;
- 5) koostab sirge ja tasandi võrrandeid;
- 6) määrab võrranditega antud kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel;
- 7) kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

**IKT:** õpitava visualiseerimiseks sobivad programmid on nt Geogebra ja Wiris  
Ainesisene **lõiming** V kursusega



## Lai 13.kursus. Geomeetria II (sünteetiline käsitlus) (35 tundi)

### Õppesisu

Prisma ja püramiid- nende pindala ja ruumala  
Korrapärased hulktahukad  
Pöördkehad- silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala  
Kera segment, kiht, vöö ja sektor  
Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta  
Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga  
Rakendusülesanded

### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) kirjeldab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
- 2) tuletab silindri, koonuse või kera ruumala valemi;
- 3) kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- 4) arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
- 5) kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides

Sisemine **lõiming** 1) XI kursusega (planimeetria); 2) XII kursusega (nurk kahe tasandi vahel, nurk sirge ja tasandi vahel).

**IKT:** kehade ja nende pinnalaotuste uurimiseks sobib programm Poly

## Lai 14.kursus. Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine (35 tundi)

### Õppesisu

Matemaatilise mudeli tähendus  
Nähtuse modelleerimise etapid  
Mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine  
Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil. Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne) Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid)

### Õpitulemused

Õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduste olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel

**IKT:**

- 1) õpilane koostab mudeli, võrrandite jms lahendamisel kasutab arvutit
- 2) arvutiprogrammide kasutamine lahendi kontrollimisel

**Lai 15. kursus. Matemaatika rakendused (35 tundi)**

**Õppesisu**

Matemaatilise mudeli tähendus

Nähtuse modelleerimise etapid

Mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine

Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne) Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid)

**Õpitulemused**

Õpilane:

- 1) selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- 2) tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- 3) kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduste olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- 4) lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- 5) märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- 6) koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- 7) kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel

**IKT:**

- 1) õpilane koostab mudeli, võrrandite jms lahendamisel kasutab arvutit
- 2) arvutiprogrammide kasutamine lahendi kontrollimisel

## **Gümnaasiumi kitsas matemaatika (8 + 4 kursust)**

### **Üldalused**

### **Õppe-eesmärgid**

Õpetusega taotletakse, et õpilane:

- 1) saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
- 2) kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
- 3) rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
- 4) väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
- 5) arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
- 6) kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
- 7) kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

### **Õppeaine kirjeldus**

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

### **Gümnaasiumi õpitulemused**

Gümnaasiumi lõpetaja:

- 1) koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid;
- 2) väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
- 3) kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
- 4) hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
- 5) mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
- 6) lihtsustab avaldusi, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
- 7) kasutab trigonomeetriat geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
- 8) esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;
- 9) kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
- 10) tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
- 11) leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalasiid ja ruumalasiid.

## Gümnaasiumi kitsa matemaatika kursused

**Kitsas 1. ja 2. kursus. Arvuhulgad ja avaldised. Võrrandid ja võrratused (70 tundi)**

### Arvuhulgad ja avaldised

#### Õppesisu

Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$  ja ratsionaalarvude hulk  $Q$

Irratsionaalarvude hulk  $I$

Reaalarvude hulk  $R$

Reaalarvude piirkonnad arvteljel

Arvu absoluutväärtus

Ratsionaalavaldiste lihtsustamine

Arvu  $n$ -es juur

Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste

Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena

Tehed astmetega ja tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega

#### Õpitulemused

Õpilane:

- eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
- selgitab samasusteisendusi võrrandite ja võrratuste lahendamisel;
- sooritab tehteid astmete ja juurtega teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
- teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi.

**Lõiming:** arvu 10 astmed ja arvu standardkuju kasutatakse keemias ja füüsikas.

#### IKT:

- 1) ratsionaalavaldiste lihtsustamise harjutamiseks on soovitatav kasutada programmi T-algebra;
- 2) ratsionaalavaldiste lihtsustamisel kontrollib õpilane oma töö õigsust ülesande komponentide (tehete) kaupa (sobib nt programm Wiris).

### Võrrandid ja võrratused

#### Õppesisu

Lineaar – ja ruutvõrrandi kordamine

Murdvõrrand

Võrratuse mõiste ja omadused

Lineaar- ja ruutvõrratused. Süsteemid

Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil

## Õpitulemused

Õpilane:

- eristab, võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
- selgitab samasusteisendusi võrrandite ja võrratuste lahendamisel;
- lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
- lahendab lineaar- ja ruutvõrratusi ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
- lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

**Lõiming:** Tekstülesanded füüsikast ja loodusteadustest.

### Ettevõtlikkus - ja õpipädevus:

probleemi lahendamine,  
mudeli koostamine.

### IKT:

- 1) võrrandisüsteemi lahendi geomeetiline interpretatsioon nt programmiga Geogebra (nt mida tähendab, et võrrandisüsteemil on lõpmata palju lahendeid või lahend puudub);
- 2) arvutialgebra programmid lahenduste kontrollimiseks (nt Wiris);
- 3) tekstülesannete lahendamisel võrrandi(süsteemi) lahendamisel võib kasutada arvutiprogrammi;
- 4) võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendite kontrollimine.

### Kitsas 3. kursus. Trigonomeetria (35 tundi)

#### Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt

Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ( $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ ), nende väärtused nurkade  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$  korral.

Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid

Funktsioonide  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$  graafikud

Trigonomeetria põhiseosed

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha), \quad \sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha), \quad \tan \alpha = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)},$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha), \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \tan(-\alpha) = -\tan \alpha,$$

$$\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha, \quad \cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha, \quad \tan(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan \alpha.$$

Siinus- ja koosinusteoreem

Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel  
Kolmnurga lahendamine  
Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine  
Rakendussisuga ülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
- defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
- loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
- teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
- rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
- lahendab kolmnurki,
- arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala,
- arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ja ringi sektori kui ringi osa pindala;
- lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

**Lõiming geograafiaga:** käsitleda kraadi, minutit, sekundit.

**Ettevõtlikkus- ja õpipädevus:** lihtsustamisülesannete lahendamisel tuleb mõelda mitu sammu ette ja kasutada samaaegselt nii algebra kui ka trigonomeetria valemeid.

**IKT:** kolmnurkade lahendamisel kolmnurkade joonestamine (nt Geobebraga).

**Kitsas 4. kursus. Vektor tasandil. Joone võrrand. (35 tundi)**

## Õppesisu

Punkti asukoha määramine tasandi  
Kahe punkti vaheline kaugus  
Vektori mõiste ja tähistamine  
Vektorite võrdsus  
Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor  
Jõu kujutamine vektorina  
Vektori koordinaadid  
Vektori pikkus  
Vektori korrutamine arvuga  
Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriliselt ja koordinaatkujul)  
Kahe vektori vaheline nurk  
Kahe vektori skalaar-korrutis, selle rakendusi  
Vektorite kollineaarsus ja ristseis

Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge).

Kahe sirge vastastikused asendid tasandil.

Nurk kahe sirge vahel

Parabooli võrrand

Ringjoone võrrand

Joonte lõikepunktide leidmine

Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem

Rakendussisuga ülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;
- liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
- leiab vektorite skalaarkorrutise,
- rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
- tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid,
- teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
- koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
- määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
- joonestab sirgeid nende võrrandite põhjal;
- koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
- joonestab ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi.
- leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
- kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes.

**Lõiming füüsikaga:** vektori ühtlustatud käsitlemine füüsikas ja matemaatikas.

**IKT:** mõne arvutiprogrammi (nt Geogebra, Wiris) abil

- 1) joonte lõikepunktide arvu leidmine;
- 2) joonte lõikepunktide leidmine,
- 3) kahe sirge vahelise nurga suuruse kontrollimine;
- 4) joonte asendite uurimine koordinaatteljestikus (asendi sõltuvus parameetritest).

**Kitsas 5.kursus. Tõenäosusteooria ja statistika (35 tundi)**

## Õppesisu

Juhuslik suurus

Juhusliku suuruse jaotusseadus, jaotuspolügoon, jaotusfunktsioon ja arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve)

Üldkogum ja valim

Andmete sihipärane kogumine

Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi

Normaaljaotus

Praktilised andmetöötlusülesanded

Sündmuste liigid

Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus

Klassikaline tõenäosus

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja nende omadused

Üksteist välistavad sündmused, tõenäosuste liitmisvalem

Sõltumatud sündmused, tõenäosuste korrutamisevalem

Tinglik tõenäosus

Geomeetriline tõenäosus

Bernoulli valem

Binoomjaotus

## Õpitulemused

Õpilane:

teab ja tunneb

- juhusliku, kindla ja võimatu sündmuse mõisteid;
- sündmuse tõenäosuse ja sageduse mõisteid ja nende vahekorda;
- geomeetrilise tõenäosuse mõistet;
- permutatsioone ja kombinatsioone ning vastavaid valemeid;
- Pascali kolmnurka ja Bernoulli valemit;
- diskreetse juhusliku suuruse jaotust, selle keskväärtust ja standardhälvet;
- normaaljaotust ja selle rolli loodust ning ühiskonda kirjeldavates protsessides;

oskab

- arvutada sündmuse tõenäosust;
- kasutada tõenäosuse liitmis- ja korrutamisevaleyid;
- koostada statistilise rea histogrammi ning kirjeldada statistilist rida, kasutades mõisteid mood, mediaan, keskväärtus ja standardhälve;
- korrastada statistilist rida;
- arvutada statistilise rea keskväärtust ja standardhälvet;
- kasutada Bernoulli valemit;
- kasutada kombinatorika valemeid lihtsamate ülesannete lahendamisel.
- statistiliste andmete kogumise ja esmase töötlemise võtteid

## Lõiming, üld- ja teised valdkonnapädevused, läbivad teemad

Lõiming ühiskonnaõpetuse ja teiste õppeainetega uurimisülesannete valiku ning ühisprojekti kaudu.



Läbiv teema “Teabekeskond”: õpilast juhatakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi (meedia manipulatsioonid, nt riigieksamite statistika meedias jms).

Läbiv teema „Tehnoloogia ja innovatsioon“: õpilast suunatakse kasutama info- ja kommunikatsioonitehnoloogiat (IKT) informatsiooni kogumisel ja töötlemisel.

Läbiv teema „Kultuuriline identiteet“: kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

### **IKT:**

- 1) info otsimine;
- 2) andmetöötlus;
- 3) tõenäosusteooria küsimuste selgitamine programmi “Tõenäosusteooria” abil.

### **Kitsas 6. kursus. Funktsioonid I (35 tundi)**

#### **Õppesisu**

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \frac{a}{x}$  (kordavalt).

Funktsiooni mõiste ja üldtähis.

Funktsiooni esitusviisid.

Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond.

Paaris- ja paaritu funktsioon.

Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond.

Funktsiooni kasvamine ja kahanemine.

Funktsiooni ekstreemum.

Funktsioonid  $y = ax^n$  ( $n = 1, 2, -1, -2$ ).

Arvu logaritmi mõiste.

Korrutise, jagatise ja astme logaritm.

Logaritmimeerimine ja potentsseerimine (mahus, mis võimaldab lahendada lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid).

Pöördfunktsioon.

Funktsioonid  $y = a^x$  ja  $y = \log_a x$ .

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Näiteid mudelite kohta, milles esineb  $e^{ax}$ .

Lihtsamad eksponent- ja logaritmivõrrandid.

Mõisted arcsin m, arccos m ja arctan m.

Näiteid trigonomeetriliste põhivõrrandite lahendite leidmise kohta.

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil); kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni käigu uurimisega seonduvaid mõisteid, pöördfunktsiooni mõistet, paaritu ja paarisfunktsiooni mõistet;
- skitseerib ainekavaga fikseeritud funktsioonide graafikuid (käsitsi ning arvutil); kirjeldab funktsiooni graafiku järgi funktsiooni peamisi omadusi;
- selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust ning lahendab selle abil lihtsamaid reaalsusega seotud ülesandeid; tõlgendab reaalsuses ja teistes õppeainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suursi, sh laenudega seotud kulutusi ja ohte;
- lahendab graafiku järgi trigonomeetrilisi põhivõrrandeid etteantud lõigul.

## **Kitsas 7. ja 8. kursus. Funktsioonid II (70 tundi)**

### **Funktsioonid II**

#### **Õppesisu**

Kursuse põhiteemadeks on

- 1) Aritmeetiline ja geomeetriline jada
- 2) Jada piirväärtus

Arvjada mõiste, jada üldliige.

Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Geomeetriline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Jada piirväärtus

#### **Õpitulemused**

Õpilane:

- selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet;
- rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning  $n$  esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
- selgitab jada piirväärtust

### **Funktsiooni piirväärtus ja tuletis**

#### **Õppesisu**

Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus.

Joone puutuja tõus, puutuja võrrand.

Funktsioonide  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $y = e^x$ ,  $y = \ln x$  tuletised

Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised.

Funktsiooni teine tuletis.

Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil.  
Lihtsamad ekstreemumülesanded.  
Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal.  
Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid.  
Ekstreemumülesanded.

## Õpitulemused

Õpilane:

- selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
- leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi; koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
- selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
- leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;
- lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid

**Kitsas 9. kursus. Tasandilised kujundid. Integraal. (35 tundi)**

## Õppesisu

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring  
Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, übermõõdud ja pindalad  
rakendusliku sisuga ülesannetes  
Algfunktsioon ja määramata integraal  
Määratud integraal. Newton-Leibnizi valem  
Kõvertrapets, selle pindala  
Lihtsamate funktsioonide integreerimine  
Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel  
Rakendusülesanded

## Õpitulemused

Õpilane:

- defineerib ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
- kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
- selgitab algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);

- selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newton - Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;
- arvutab määratud integraali abil tasandilise kujundi pindala.

**Kitsas 10. ja 11. kursus. Stereomeetria (70 tundi)**

## Planimeetria

### Õppesisu

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus  
 Kolmnurga sise- ja ümberringjoon  
 Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus  
 Kolmnurga kesklõik, selle omadus  
 Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas  
 Hulknurk, selle liigid  
 Kumera hulknurka sisenurkade summa  
 Hulknurkade sarnasus  
 Sarnaste hulknurkade ümbermõõtude suhe ja pindalade suhe  
 Hulknurka sise- ja ümberringjoon  
 Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused  
 Trapets, selle liigid  
 Trapetsi kesklõik, selle omadused  
 Kesknurk ja piirdenurk  
 Thalese teoreem  
 Ringjoone lõikaja ning puutuja  
 Kõõl- ja puutujahulknurk  
 Kolmnurga pindala  
 Rakenduslikud geomeetriaülesanded

### Õpitulemused

Õpilane:

- selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- uurib arvutiga geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;
- selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi
- ning kujundite ümbermõõdu ja ruumala arvutamist;
- lahendab planimeetria arvutusülesandeid ja lihtsamaid tõestusülesandeid;
- kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

## **IKT:**

- 1) Jane Albre dünaamiliste slaidide komplekt vms.
- 2) Pindalade jm arvutamisel võib tehnilise töö teha arvutialgebra programmi abil (õpilane koostab avaldise)
- 3) õpitava visualiseerimiseks sobivad programmid on nt Geogebra ja Wiris

**Ainesisene lõiming** 3. kursusega.

## **Stereomeetria** (sünteesiline käsitlus)

### **Õppesisu**

Ristkoordinaadid ruumis

Punkti koordinaadid

Kahe punkti vaheline kaugus

Kahe sirge vastastikused asendid ruumis

Nurk kahe sirge vahel

Sirge ja tasandi vastastikused asendid ruumis

Sirge ja tasandi vaheline nurk

Sirge ja tasandi ristseisu tunnus

Kahe tasandi vastastikused asendid ruumis

Kahe tasandi vaheline nurk

Prisma ja püramiid

Püstprisma ning korrapärase püramiidi täispindala ja ruumala

Silinder, koonus ja kera, nende täispindala ning ruumala

Näiteid ruumiliste kujundite lõikamise kohta tasandiga

Praktilise sisuga ülesanded hulktahukate (püstprisma ja püramiidi) ning pöördkehade kohta

### **Õpitulemused**

Õpilane:

- selgitab punkti koordinaate ruumis,
- kirjeldab sirgete ja tasandite vastastikuseid asendeid ruumis,
- selgitab kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahelise nurga mõistet;
- selgitab ainekavas nimetatud tahk- ja pöördkehade omadusi ning nende pindala ja ruumala arvutamist;
- kujutab tasandil ruumilisi kujundeid ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
- arvutab ainekavas nõutud kehade pindala ja ruumala;
- rakendab trigonomeetria- ja planimeetriateadmisi lihtsamaid stereomeetriaülesandeid lahendades;
- kasutab ruumilisi kujundeid kui mudeleid, lahendades tegelikkusest tulenevaid ülesandeid.

**Sisemine lõiming** 3. kursusega (trigonomeetria)

**IKT:** kehade ja nende pinnalaotuste uurimiseks sobib programm Poly jt.

**Kitsas 12. kursus. Matemaatika rakendused** (35 tundi)

## **Õppesisu**

Matemaatilise mudeli tähendus

Nähtuse modelleerimise etapid

Mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine

Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne) Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele (tasku- ja personaalarvutid)

## **Õpitulemused**

Õpilane:

- selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
- tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
- kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduste olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
- lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
- märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
- koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
- kasutab tasku- ja personaalarvutit ülesannete lahendamisel

**IKT:**

- 1) õpilane koostab mudeli, võrrandite jms lahendamisel kasutab arvutit
- 2) Arvutiprogrammide kasutamine lahendi kontrollimisel

**HINDAMINE:**

Hindamine toimub vastavalt Kadrina Keskkooli gümnaasiumiastme hindamisjuhendile, millega on võimalik tutvuda Kadrina Keskkooli veebilehel [www.kadrina.edu.ee](http://www.kadrina.edu.ee).